Eksponenttifunktion derivaatta

Derivoi funktio 3^x.

$$3 = e^{\ln 3}$$

$$3^x = (e^{\ln 3})^x = e^{x \ln 3}$$

$$D3^x = De^{x \ln 3}$$

$$= e^{x \ln 3} \cdot \ln 3$$

$$= 3^x \cdot \ln 3$$

$$De^x = e^x$$

$$De^{f(x)} = e^{f(x)} f'(x)$$

Muutetaan k^x muotoon e^{ax}.

$$k = e^{\ln k}$$

$$k^x = (e^{\ln k})^x = e^{x \ln k}$$

Derivoidaan.

$$Dk^x = De^{x \ln k} = e^{x \ln k} \ln k = k^x \ln k$$

Eksponenttifunktion k^x derivaattafunktio

$$Dk^x = k^x \ln k$$

Esimerkki 1. Tehtävä 261. $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{x} - 6x$

$$f'(x) = \frac{1}{2}e^{2x}\cdot 2 - e^{x} - 6 = e^{2x} - e^{x} - 6$$

$$= (e^{x})^2 - e^{x} - 6 = 0$$

Merkitään $e^{x} = u$: $u^2 - u - 6 = 0$

$$u = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$u = \frac{1-5}{2} = -2 \quad \text{tai} \quad u = \frac{1+5}{2} = 3$$

$\left(\begin{array}{l} e^{x} = -2 \\ x = \ln -2 \ \lightning \end{array} \right)$ tai $e^{x} = 3$

$\underline{\underline{x = \ln 3}}$

Esimerkki 2. Tehtävä 255.

Sr-90 2,4 %/vuodessa , 7,0 kg

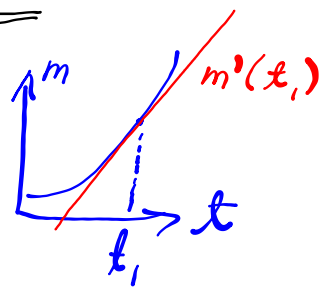
Sr-määrä tulee 0,976-kertaiseksi joka vuosi.

a) $m(t) = \underline{\underline{7{,}0 \cdot 0{,}976^{t}}} = 7{,}0 \cdot e^{\ln 0{,}976^{t}} = 7{,}0 \cdot e^{t\cdot \ln 0{,}976}$

$$= 7{,}0 \cdot e^{t\cdot(-0{,}0243)} = \underline{\underline{7{,}0 \cdot e^{-0{,}0243\, t}}}$$

b) $m'(t) = 7{,}0 \cdot e^{-0{,}0243\, t} \cdot (-0{,}0243)$

$$= -0{,}1701 \cdot e^{-0{,}0243\, t}$$



$$m'(10) = -0{,}1701 \cdot e^{-0{,}0243\cdot 10} \approx -0{,}1334$$

Vastaus. Sr-90 vähenee nopeudella 0,13 kg/a hetkellä $t = 10$.