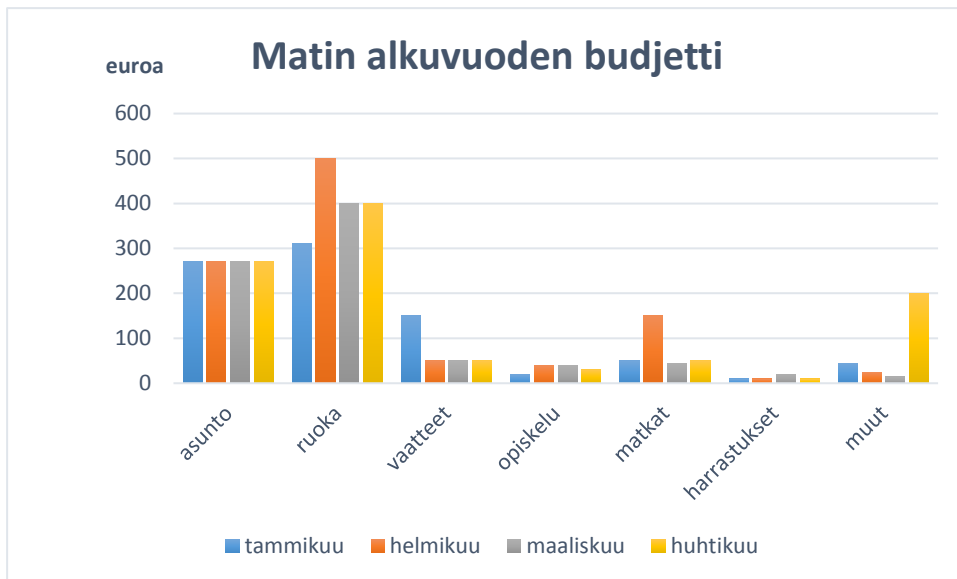


## TILASTOJEN TULKINTAA

1.



- Milloin Matti on kuluttanut eniten rahaa ostoksiin?  
Arvioi, kuinka paljon vaatteisiin tuolloin kului rahaa.
- Kuinka suuri on suurimman ja pienimmän vaateostosmäärän välinen ero euroina?
- Minä kuukautena hän on matkustellut eniten?  
Kuinka paljon hän on silloin kuluttanut rahaa matkoihin?
- Arvioi, kuinka paljon Matilla oli huhtikuussa rahaa käytössään, jos hän kulutti silloin kaikki rahansa kuvaajan mukaisesti.

2. 3 679 tyttöä vastasi kysymykseen ”Autatko astioiden tiskaamisessa?”. Heistä 1795 vastasi auttavansa. Myös 3457 poikaa vastasi kyselyyn. Kaikista vastanneista tiskaamisessa sanoi auttavansa 3282 oppilasta. Täytä näiden tietojen pohjalta alla oleva taulukko ja vastaa kysymyksiin.

	Pojat	Tytöt	Yhteensä
Auttaa tiskaamisessa			
Ei auta tiskaamisessa			
Yhteensä			

- a) Kuinka monta oppilasta vastasi kyselyyn?
- b) Kuinka monta prosenttia tytöistä auttaa tiskaamisessa?
- c) Kuinka monta prosenttia pojista auttaa tiskaamisessa?
- d) Ovatko pojat auttavaisempia tiskien parissa kuin tytöt? Perustele vastauksesi.

3. Alla oleva taulukko kuvaa puhelinliittymien määrää vuosina 1990 – 2007. Mikä seuraavista väittämistä ovat taulukon mukaan oikein? Ympyröi vastauksesi.

- a) Kiinteiden puhelinliittymien määrä on ollut laskussa aina vuodesta 1990 lähtien.
- b) Vuonna 2006 matkapuhelinliittymien määrä oli lähes kaksinkertainen kiinteiden puhelinliittymien määrään verrattuna.
- c) Vuonna 1998 kiinteiden ja matkapuhelinliittymien määrä oli lähes sama, minkä jälkeen matkapuhelinliittymien suosio ohitti kiinteät puhelinliittymät.
- d) Yleisöpuhelimien määrä on pienentynyt tasaisesti vuodesta 1990 lähtien.

## Puhelinliittymät, 1990–2007

<b>Vuosi</b>	<b>Kiinteät</b>	<b>Yleisöpuhelimet</b>	<b>Matkapuhelinliittymät</b>
<b>1990</b>	2 670	20	258
<b>1991</b>	2 718	20	319
<b>1992</b>	2 742	19	386
<b>1993</b>	2 763	21	489
<b>1994</b>	2 791	24	676
<b>1995</b>	2 799	25	1 039
<b>1996</b>	2 802	25	1 477
<b>1997</b>	2 850	24	2 092
<b>1998</b>	2 841	21	2 846
<b>1999</b>	2 850	16	3 273
<b>2000</b>	2 849	12	3 729
<b>2001</b>	2 806	9	4 176
<b>2002</b>	2 726	7	4 517
<b>2003</b>	2 568	6	4 747
<b>2004</b>	2 390	4	4 999
<b>2005</b>	2 140	3	5 385
<b>2006</b>	1 928	1	5 679
<b>2007</b>	1 750	0	6 069

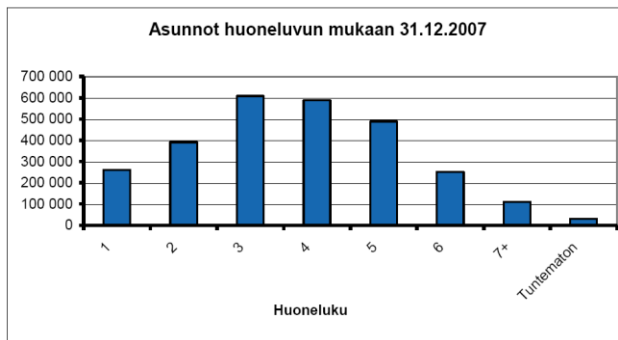
4. Tarkastele alla olevaa taulukkoa yhdysvaltalaisien opiskelijoiden poliittisesta suuntautumisesta ja lempijäätelömauista. Vastaa sitten kysymyksiin a, b ja c.

	<b>Suklaa</b>	<b>Vanilja</b>	<b>Mansikka</b>	<b>Yhteensä</b>
<b>Demokraatti</b>	26	43	13	82
<b>Republikaani</b>	45	12	8	65
<b>Sitoutumaton</b>	9	13	4	26
<b>Yhteensä</b>	80	68	25	173

- a) Kuinka monta prosenttia vastaajista pitää suklaajäätelöstä?  
 b) Kuinka monta prosenttia sitoutumattomista pitää suklaajäätelöstä?  
 c) Kuinka monta prosenttia suklaajäätelöstä pitävistä on sitoutumattomia?

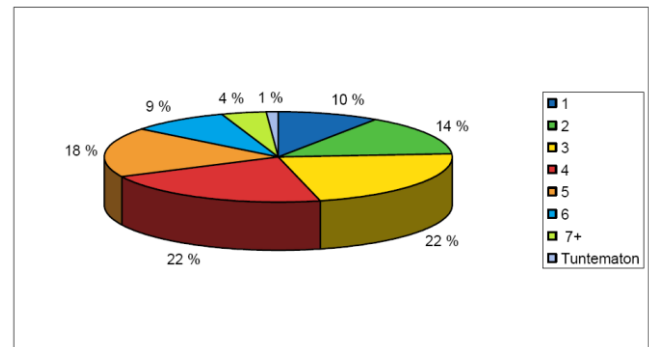
5. Vertaile seuraavia kuvioita ja pohdi, mitä hyvää ja huonoa kummassakin kuviossa on. Onko jompikumpi kuvioista parempi? Miksi?

Kuvio 1.



Lähde: SVT: Tilastokeskus, Asuntokanta

Kuvio 2



Lähde: SVT: Tilastokeskus, Asuntokanta

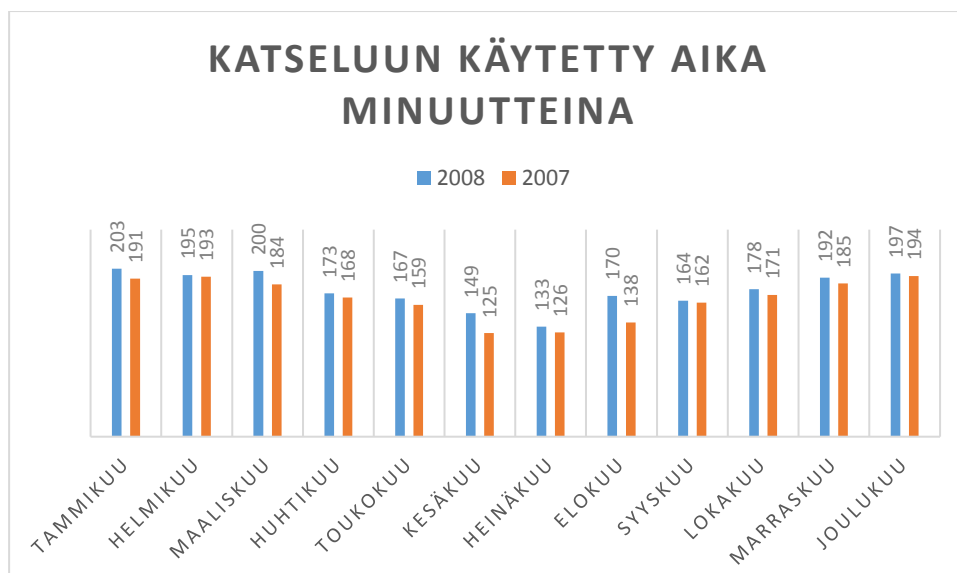
6. Tarkastele alla olevaa kuviota, joka kuvaa television katseluun käytettyä aikaa minuutteina vuosina 2007 ja 2008. Mitä kuvio kertoo television katseluun käytetystä ajasta? Ympyröi vastauksesi.

a) Vuonna 2008 televisiota katsottiin joka kuukausi enemmän kuin vuonna 2007.

b) Vuonna 2007 televisiota katsottiin eniten tammikuussa.

c) Lokakuussa 2007 televisiota katsottiin viisi minuuttia vähemmän kuin lokakuussa 2008.

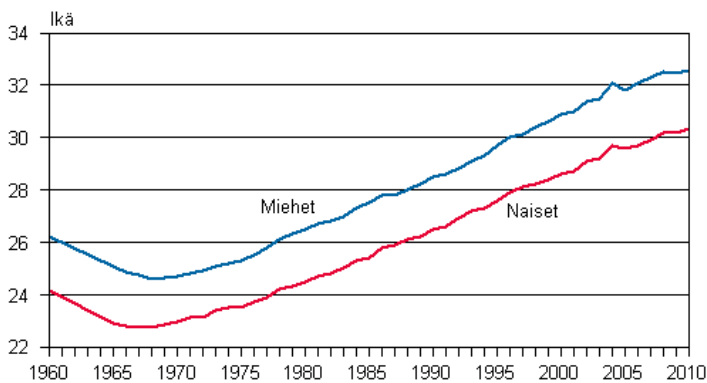
d) Television katselu on lisääntynyt 2000-luvulla.



7. Kesäkuukausina televisiota katsotaan vähemmän kuin muuhun aikaan vuodesta. Mistä syistä tämä voi johtua? Yritä keksiä ainakin kolme syytä.

8. Tulkitse sanallisesti viivadiagrammia, jossa esitetään ensimmäisen avioliiton solmineiden keski-ikä sukupuolen mukaan vuosina 1960 – 2010. Pohdi lisäksi, mistä kyseinen muutos voisi johtua.

Ensimmäisen avioliiton solmineiden keski-ikä sukupuolen mukaan 1960–2010



Lähde: Väestötilastot, Tilastokeskus

9. Kerro alla olevan taulukon perusteella siviilisäädyn muutoksista vuosina 2001 – 2010.

Siviilisäädyn muutoksia ja avioliiton solmineiden keski-ikä 2001–2010

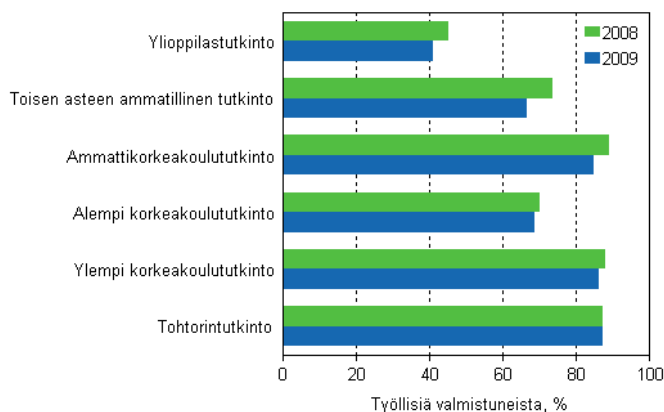
	Vuosi									
	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Solmitut avioliitot	24 830	26 969	25 815	29 342	29 283	28 236	29 497	31 014	29 836	29 952
Avioerot	13 568	13 336	13 475	13 234	13 383	13 255	13 224	13 471	13 527	13 619
1. avioliiton solmineiden naisten keski-ikä	28,7	29,1	29,2	29,7	29,6	29,7	29,9	30,2	30,2	30,3
1. avioliiton solmineiden miesten keski-ikä	31,0	31,3	31,5	32,1	31,8	32,1	32,3	32,5	32,5	32,6
Rekisteröidyt parisuhteet	.	446	190	186	200	191	213	249	246	322
Erot rekisteröidystä parisuhteesta	.	2	6	15	31	30	67	45	53	64

Lähde: Lähde: Siviilisäädyn muutokset 2015. Tilastokeskus

10. Vastaa palkkidiagrammia tulkiten seuraaviin kysymyksiin.

- Miten vastavalmistuneiden työllistyminen on muuttunut vuodesta 2008 vuoteen 2009?
- Minkä tutkinnon suorittaneiden työllistyminen on vaikeutunut eniten?
- Minkä tutkinnon suorittaneiden työllistyminen on pysynyt samana?
- Montako prosenttia toisen asteen ammatillisen tutkinnon suorittaneista oli työllistynyt vuonna 2009?
- Miksi ylioppilastutkinnon suorittaneista on työllistynyt vain n. 40 %?
- Voidaanko arvioida noin 33 % toisen asteen ammatillisen tutkinnon suorittaneista jääneen työttömäksi vuonna 2009?

Tutkinnon suorittaneiden työllisyys koulutussektorin mukaan vuoden kuluttua valmistumisesta 2008 ja 2009, %



Lähde: Koulutustilastot 2012. Tilastokeskus

## KESKIMÄÄRÄ

- Laske luvut yhteen
- Jaa saatu summa lukujen määrällä

11. Janne arvosanat ovat 3,3,2,3,1,2,2 ja 3. Laske Jannen arvosanojen keskiarvo.

12. Pekka piti kirjaa siitä, kuinka paljon ruokakauppaan kului rahaa kuukauden aikana. Ensimmäisen viikon ruokaostokset maksoivat 55 €, toisen 73 €, kolmannen 72 € ja neljännen viikon 80 €. Kuinka paljon Pekan ruokaostokset maksoivat viikossa keskimäärin?
13. Siskokset ovat 165 cm, 170 cm, 172 cm, 167 cm ja 168 cm pitkiä. Kuinka pitkiä siskot keskimäärin ovat?
14. Niina rullaluisteli viikon aikana seuraavan pituisia lenkkejä: 10 km, 25 km, 17 km, 15 km, 5 km ja 23 km. Kuinka pitkä oli lenkki keskimäärin?
15. Luokassa on seitsemän 16-vuotiasta oppilasta, yhdeksän 17-vuotiasta ja kaksi 18-vuotiasta oppilasta. Minkä ikäisiä oppilaat ovat keskimäärin?

## MOODI

Moodi eli **tyyppi-arvo** eli se luku, jota aineistossa on eniten. Huom! Voi olla useampi kuin yksi luku.

**Esimerkki.** Matin todistuksessa on numerot **3,3,3,3,2,2,2,1,1,3,3,3,2**.

Todistuksen arvosanojen moodi, eli tyyppi-arvo on 3, koska Matilla on eniten kolmosia.

16. Ryhmän arvosanat olivat 3,3,2,3,1,2,2 ja 3. Määritä arvosanojen moodi.
17. Luokassa on kahdeksan 16-vuotiasta, kymmenen 17-vuotiasta ja kolme 18-vuotiasta oppilasta. Määritä moodi-ikä.
18. Yrityksessä seitsemälle työntekijälle maksetaan 2000 euron kuukausipalkkaa, viidelle 2300 euron ja kymmenelle 1900 euron kuukausipalkkaa. Määritä yrityksen moodipalkka eli minkä suuruista palkkaa maksetaan useimmalle.
19. Mikä on seuraavien lukujen 1,9,9,4,3,7,4,6,4,6 moodi? Eli mitä lukua on joukossa eniten?

## MEDIAANI

Mediaani on **suuruusjärjestykseen** asetetuista arvoista keskimäinen arvo. Jos keskimäiseksi jää kaksi arvoa, lasketaan näiden keskiarvo.

**Esimerkki.** Matin todistuksen arvosanat ovat suuruusjärjestyksessä 1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3. Mediaani on keskimäinen arvo eli 2.

20. Määritä seuraavista luvuista mediaani 2, 5, 4, 1, 6, 5, 3, 8, 4, 9.
21. Oppilaiden iät ovat 16, 16, 18, 17, 16, 15, 19, 20, 19, 16, ja 17. Määritä mediaani-ikä.
22. Hannan kenkien hinnat ovat 35,50 €, 20 €, 14,90 €, 17,90 €, 69,90 €, 45,90 €, 9,90 € ja 99,90 €. Määritä kenkien mediaanihinta.
23. Yrityksen henkilökunnan bruttoansiot olivat seuraavat: 37 000 €, 41 000 €, 15 000 €, 16 000 €, 18 000 €, 15 000 €, 18 000 € ja 18 000 €. Määritä jakauman keskiarvo, moodi ja mediaani.
24. Aamun ensimmäiseltä tunnilta myöhästyi 7 oppilasta. Oppilaista kolme myöhästyi 5 minuuttia, kaksi 10 minuuttia ja kaksi 15 minuuttia. Määritä keskimääräinen myöhästymisaika, moodi ja mediaani.
25. Risto kalasteli Keiteleellä ja sai saaliiksi kuhia, joiden massat olivat 1,2 kg, 1,5 kg, 0,9 kg, 0,9 kg, 0,7 kg, 0,8 kg, 2,2 kg ja 0,7 kg. Määritä kalojen keskimääräinen massa, moodi ja mediaani.
26. Elokuun ensimmäisen viikon lämpötilat olivat 15, 18, 23, 23, 22, 21 ja 19 astetta. Määritä keskimääräinen lämpötila, moodi ja mediaani.
27. Luokan oppilaista puolella ei ollut kynää mukana, viidellä oli 1 kynä, kahdella 2 kynää ja kolmella 3 kynää. Kuinka monta kynää oppilailla oli keskimäärin? Määritä myös moodi ja mediaani.



## Frekvenssi

- Luokkaan kuuluvien havaintojen lukumäärä

Koearvosanat ovat:  
8,7,6,9,8,5,10,8,6,7,8,6,8,4,9

Laske arvosanojen keskiarvo frekvenssitaulukosta.

arvosana	frekvenssi	tulo
4	1	4·1 = 4
5	1	5·1 = 5
6	3	6·3 = 18
7	2	7·2 = 14
8	5	8·5 = 40
9	2	9·2 = 18
10	1	10·1 = 10
Yhteensä	15	109

$$KA=109/15\approx 7,3$$

28. Opettaja seurasi viikon ajan, kuinka monta kertaa erään ryhmän opiskelijat myöhästyivät aamun ensimmäiseltä tunnilta. Myöhästymisiä esiintyi seuraavasti (yhdessä ruudussa on yhden opiskelijan myöhästymisten lukumäärä viikon aikana):

2	0	1	1	3	0	0	2	4	0	1	2	4
1	1	1	0	3	2	2	0	1	1	0	5	2

Laadi aineistosta taulukko, johon lasket frekvenssit.

- Kuinka monta prosenttia opiskelijoista ei myöhästynyt kertaakaan?
- Kuinka moni myöhästyi vähintään kahtena aamuna?
- Kuinka monta prosenttia opiskelijoista myöhästyi enintään kolmena aamuna?
- Laske myöhästymisten keskiarvo.
- Määritä keskimäinen arvo.
- Määritä tyyppi-arvo.

29. Golf-amatööri taulukoi viiden vuoden aikana pelatut yhdeksän reiän pelit.

Lyönnejä/peli	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Pelejä	11	0	2	3	5	7	2	0	6	3	4

Muodosta frekvenssijakaumat ja vastaa kysymyksiin.

- Kuinka monta peliä amatööri pelasi alle 48 lyönnin?
- Kuinka monessa prosentissa peleistä hän selvisi korkeintaan 44 lyönnillä?
- Kuinka monta prosenttia peleistä hän pelasi yli 45 lyönnin?
- Laske lyöntien keskiarvo
- Määritä mediaani.
- Määritä moodi.

## LUOKITTELU

- Luokkaväli on kahden peräkkäisen alarajan erotus
- Luokkakeskus on luokan ala- ja ylärajan keskiarvo

30. Yhdentoista oppilaan pituudet ovat: 155 cm, 158 cm, 158 cm, 160 cm, 161 cm, 164 cm, 164 cm, 168 cm, 169 cm, 174 cm, 177 cm.

Luokittele oppilaiden pituudet alla olevan taulukon mukaisesti ja laske suhteelliset frekvenssit, luokkakeskus ja luokkaväli.

luokka	frekvenssi	suhteellinen frekvenssi	luokkakeskus
155 – 159			
160 – 164			
165 – 169			
170 - 174			
175 - 179			

## DIAGRAMMIT

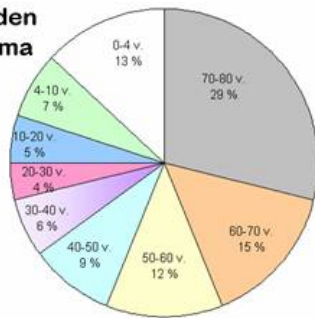
### Ympyrädiagrammi

Ympyrädiagrammia käytetään osoittamaan yksittäisen ilmiön suhde kokonaisuuteen. Sinänsä ympyrädiagrammi ei välttämättä ole hyvä kaaviomuoto, koska se ei esitä suhdetta nolla-arvoon. Kun suunnittelet käyttäväsi ympyräkaaviota, mieti ensin, voisiko jokin muu kaaviomuoto kuvata asiaa paremmin.

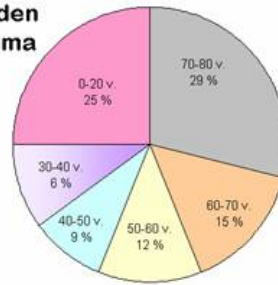
Jos käytät ympyräkaaviota

- rajoita sektoreiden määrä enintään 6:een. Tee tarvittaessa toinen kaavio tai yhdistä pienet sektorit, jolloin voit kiinnittää huomion kaavion tärkeimpiin osiin.

#### Asukkaiden ikäjakauma



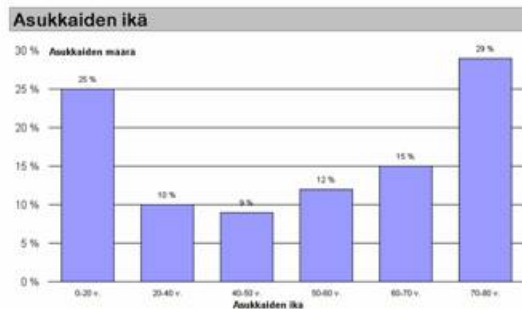
#### Asukkaiden ikäjakauma



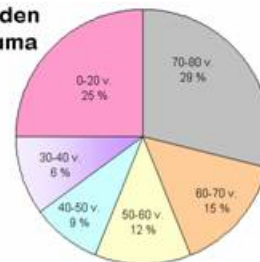
- selitteet mahdollisimman lähelle sektoria, sektorin sisälle jos mahdollista
- sektoreiden väri kuvaa sisältöä, jos mahdollista
- sektorit alkavat yleensä klo 12 kohdalta suurimmalla osiolla. Sektorit järjestetään suuruusjärjestykseen, jos se on mahdollista sisällön huomioon ottaen. Edellisessä esimerkissä ei voi lajitella, koska sektoreilla on muu looginen järjestys. Muut sektori on aina viimeinen, vaikka se olisi suurempi kuin jokin sektoreista.
- selitteet ja määrät kirjoitetaan kunkin sektorin viereen.

### Pylväsdiagrammi

Pylväsdiagrammi esittää vertailuja. Edellinen voidaan esittää pylväsdiagrammina. Kumpi esittää asian paremmin? Soveltuu käyttöön, jos muuttuja on jatkuva-arvoinen, esim. x-akselina aika



#### Asukkaiden ikäjakauma



- Pylväsryhmässä enintään 3-4 pylvästä. Soveltuu määrän kuvaamiseen.
- Pylväitä ei pidä limittää, koska se hankaloittaa lukemista
- Pylväiden rasterointi tai vinoviivoitus voi luoda optisen harhan, niin että pylväs näyttää vinolta
- Asteikkojen oltava tasavälisiä.
- Pylväskuvion asteikon tulee aina alkaa nolasta, mutta viivakuvion asteikon ei välttämättä
- Älä laita pylväsdiagrammiin liian monta muuttujaa, ettei kaavion luettavuus kärsi.
- Valitse pylväskaavioon laitettavat luvut siten, että ne ovat samaa suuruusluokkaa.
- Pylväsdiagrammeissa selitteet laitetaan jonkin pylvään viereen jos mahdollista, ei selitelaatikoon. Pystysuorat pylväsdiagrammit näyttävät, mistä osista kokonaisuus muodostuu.

Lähde: <http://myy.haaga-helia.fi/~ict01d/tyovalineet/etat/kaaviot.html>

31. Opettaja seurasi viikon ajan, kuinka monta kertaa erään ryhmän opiskelijat myöhästyivät aamun ensimmäiseltä tunnilta. Myöhästymisiä esiintyi seuraavasti:

Myöhästymisiä	Frekvenssi f	Suht. Frekv. f %
0	7	27 %
1	8	31 %
2	6	23 %
3	2	8 %
4	2	8 %
5	1	4 %
<b>Yhteensä</b>	<b>26</b>	<b>100 %</b>

Kuvaa aineistoa ympyrädiagrammilla. Käytä erillistä ruutupaperia. Otsikoi diagrammi ja merkitse diagrammiin selite (eli minkä värinen sektori tarkoittaa esim. kolmea myöhästymistä) ja prosentit.

32. Golf-amatööri taulukoi viiden vuoden aikana pelatut yhdeksän reiän pelit.

Lyönnit	Frekvenssi f	Suht. Frekvenssi f %
40	11	26 %
41	0	0 %
42	2	5 %
43	3	7 %
44	5	12 %
45	7	16 %
46	2	5 %
47	0	0 %
48	6	14 %
49	3	7 %
50	4	9 %
<b>Yhteensä</b>	<b>43</b>	<b>100 %</b>

Kuvaa aineistoa pylväsdiagrammilla. Käytä erillistä ruutupaperia. Otsikoi diagrammi ja diagrammin akselit.

## KESKIHAJONTA

Lasketaan kaavalla

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

, missä  $\sum$  tarkoittaa summaa  
 $\bar{x}$  lukujen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  keskiarvoa  
 $n$  havaintojen lukumäärä

Keijon arvosanat ovat 1, 3, 5, 4, 5, 2.

Keijon keskiarvo on  $(1+3+5+4+5+2)/6 = 3,3$ .

arvosana	frekvenssi	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	1	$1 - 3,3 = -2,3$	$(-2,3)^2 = 5,29$
2	1	$2 - 3,3 = -1,3$	$(-1,3)^2 = 1,69$
3	1	$3 - 3,3 = -0,3$	$(-0,3)^2 = 0,09$
4	1	$4 - 3,3 = 0,7$	$(0,7)^2 = 0,49$
5	2	$5 - 3,3 = 1,7$	$2 \cdot (1,7)^2 = 5,78$
		Yhteensä	13,34

Keskihajonta  $s = \sqrt{\frac{13,34}{6}} = 1,49$

33. Määritä lukujen 10, 2, 2, 4, 9, 6, 6, 6, 7, 7, 9, 5, 9 vaihteluväli ja keskihajonta.

34. Yrityksessä on 11 työntekijää, joiden kuukausipalkat ovat: 1 500, 1 500, 1 500, 1 500, 1 500, 2 500, 4 500, 4 500, 5 500, 5 500 ja 35 000 euroa.

Määritä palkkojen

- a) keskiarvo
- b) mediaani
- c) tyyppiarvo
- d) keskihajonta.

Miksi keskiluvut poikkeavat suuresti toisistaan?